**Fonctions affines.**

## Définition.

Une fonction est dite affine si elle peut s’écrire sous la forme avec *a* et *b* deux nombres réels fixés :

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| *x* | 0 | 1 | 2 |  |
| *f(x)=ax+b* | b | a+b | 2a+b |  |

**Propriété** : une fonction est affine si et seulement si les accroissements entre les images et les nombres sont proportionnels.

**Pour montrer qu’une fonction est affine** il suffit d’identifier le coefficient directeur *a* et l’ordonnée à l’origine *b*.

Exemple : **m**ontrons que la fonction *f* définie sur lR par est une fonction affine.

= donc la fonction *f* est affine

**Pour montrer qu’une fonction n’est pas affine, il suffit de prouver que les accroissements ne sont pas proportionnels**

Exemple : **M**ontrons que la fonction *f* définie sur lR par n’est pas une fonction affine.

La fonction *f*  est la fonction carrée. Elle n*’*est pas affine En effet :

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  | 1 | 2 |
|  |  |  | 4 |

Donc on peut calculer les accroissements correspondants :

Les accroissements ne sont pas proportionnels (sinon, on aurait dû obtenir le même coefficient de proportionnalité )

**Cas particulier :**

Si une fonction est affine, et si b= 0 alors la fonction représente une situation de proportionnalité de coefficient *a*. On dit que la fonction est **linéaire** : .

Si une fonction est affine, et si a= 0 alors la fonction donne toujours la même image b. On dit que la fonction est **constante** : .

## Courbe représentative des fonctions affines.

Propriété : une fonction *f* est affine si et seulement si sa courbe représentative est une droite non parallèle à l’axe des ordonnées.

On dit que est l’équation de la droite (non parallèle à l’axe des abscisses)

**Pour tracer** la courbe représentative d’une fonction affine, on peut utiliser un tableau de valeurs et placer plusieurs points

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *g* est la fonction :  La fonction *g* est affine car son expression est de la forme avec  .  La courbe C*f* est donc une droite.  tableau de valeurs :   |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | | *x* | 0 | 1 | 2 | -2 | | *g(x)* | -2 | 2 | 6 | -10 | | Coordonnées d’un point de C | (0 ;-2) | (1 ; 2) | (2 ; 6) | (-2 ;-10) |   Deux points sont nécessaires (un troisième peut permettre de s’assurer que l’on n’a pas commis d’erreur).  screenshot(12).png |

Pour tracer la courbe représentative d’une fonction affine, on peut utiliser l’ordonnée à l’origine *b* (l’image de 0) et le coefficient directeur *a* (coefficient de proportionnalité des accroissements)

|  |  |
| --- | --- |
| *f* est la fonction affine :  La fonction *g* est affine car son expression est de la forme avec  .  La courbe C*f* est donc une droite  Ordonnée à l’origine : c’est l’image de 0 donc b=-1.  Coefficient directeur : | *screenshot(17).png*  Δ*y =6*  +1  b=-1  a=2  Δ*x =3* |

**Remarque : si le coefficient directeur est positif, la droite est "montante"**

**si le coefficient directeur est négatif, la droite est "descendante"**

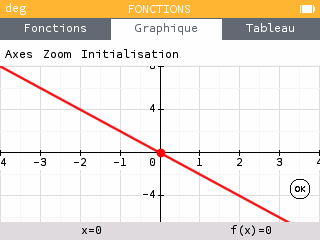
**Pour retrouver** l’expression d’une fonction représentée par une droite non parallèle à l’axe des ordonnées.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| F:\CLE SANDISK\2016-2017\AP\Numériser0011.jpg | | Chacune des droites non parallèles àl’axe des abscisses représente une fonction affine.  1. a) On utilise les flèches de la lecture graphique de d1.  Donc le coefficient directeur de *d1* est .  b) Son ordonnée à l’origine est l’image de 0 : c’est l’ordonnée du point dont l’abscisse est 0. On lit 0.  c) Une expression algébrique de la fonction affine associée à *d1* est : ou .  d) L’équation qu’il faut saisir à la calculatrice pour tracer cette droite sur le grapheur est . | | |
| 2. De façon analogue,  ou  En effet et on lit l’image de 0 comme l’ordonnée du point de la droite dont l’abscisse est 0. On a b=1. | En effet et on lit l’image de 0 comme l’ordonnée du point de la droite dont l’abscisse est 0. On a b=2. | | En effet et on lit l’image de 0 comme l’ordonnée du point de la droite dont l’abscisse est 0. On a b=-1. | 3. Equation de la droite *d2* :  Equation de la droite *d3* :  Equation de la droite *d4* : |

**Cas particulier :**

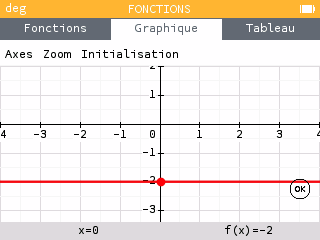
Une fonction affine est **linéaire** si et seulement si elle est représentée par une droite non parallèle à l’axe des ordonnées et qui passe par l’origine (en effet l’ordonnée à l’origine est nulle)

Exemple : tracer la courbe représentative de la fonction définie sur IR par



Une fonction affine est **constante** si et seulement si elle est représentée par une droite parallèle à l’axe des abscisses (elle passe par le point de coordonnées 0 et le coefficient de proportionnalité des accroissements est nul : la droite ne sera ni montante ni descendante !)

Exemple : tracer la courbe représentative de la fonction définie sur IR par



## Signe des fonctions affines.

On cherche l’unique solution de l’équation

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Pour résoudre l’inéquation on peut procéder algébriquement  Le résultat dépend du signe de *a*   |  |  | | --- | --- | | Si *a>0* | Si *a<0* |   Remarque : dans ce cas *a* n’est pas nul. |

On peut aussi apprendre le tableau de signes.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Si *a>0*   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | | Valeur de *x* | -∞ | | |  | | | -∞ | | | | Signe de |  |  | - |  | 0 |  | **+** |  |  |   Ici la droite est montante | Si *a<0*   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | | Valeur de *x* | -∞ | | |  | | | -∞ | | | | Signe de |  |  | **+** |  | 0 |  | - |  |  |   Ici la droite est descendante |

Exemples

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *f* est la fonction :  1) Tracer une représentation graphique de la fonction *f* dans un repère.  screenshot(5).png  +1  a= -2  b=8  2) Résolution de l’équation .  L’équation admet une seule solution : 4.  3) Tableau de signe(s) :   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | | Valeur de *x* | -∞ | | | **4** | | | -∞ | | | | Signe de |  |  | **+** |  | 0 |  | - |  |  | |
| *f* est la fonction :  screenshot(15).png  *f(x)<0*  *f(x)>0*  *f(x)*  *x*  1) Compléter le tableau suivant, appelé tableau de signes :   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | | Valeur de *x* | -∞ | | | -1 | | | -∞ | | | | Signe de |  |  | + |  | 0 |  | - |  |  | |